

Università degli Studi Roma Tre - Ingegneria Meccanica
Esercizi di Analisi Matematica I
A.A. 2022/23

- Esercitazione 3 -

Esercizi sui numeri complessi.

(1) Scrivere in forma algebrica e in forma esponenziale i seguenti numeri complessi:

$$(i) 4 - 4i; \quad (ii) 6 - i2\sqrt{3}; \quad (iii) \frac{3+i}{6-2i}; \quad (iv) \frac{(2+i)^2}{(7-i)}; \quad (v) (\sqrt{3}+i)^6; \quad (vi) \left(\frac{1+i}{i-1}\right)^3.$$

(2) Dato $z = 2 - 2i$, calcolare (usando la forma algebrica):

$$(i) z^3 \quad (ii) \frac{1}{z^3}; \quad (iii) z\bar{z}; \quad (iv) \bar{z}^2 - z^2.$$

(3) Esprimere z in forma esponenziale e ripetere il punto (2). Portare i risultati in forma algebrica e confrontarli con quelli del punto (2).

(4) Risolvere in \mathbb{C} le seguenti equazioni:

$$(i) z^2 + 1 = 0; \quad (ii) z\bar{z} - 4 = 0$$

Esercizi su max, min, sup e inf.

(1) Dire quali dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} sono limitati (inferiormente o superiormente) e determinare, se esistono, i loro massimi, minimi, estremi superiori e inferiori:

$$(i) A = \left\{ n \in \mathbb{N} : \frac{n-1}{n} \right\}; \quad (ii) B = \{x|x| > 2 : x \in \mathbb{R}\};$$
$$(iii) C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt[3]{2-|3x|} > \frac{1}{2} \right\}, \quad (iv) D = \{x \in \mathbb{R} : ||x-4| - 2x| < 1\}.$$

Esercizi sul principio di induzione.

(1) Dimostrare le seguenti affermazioni:

$$(i) \sum_{k=0}^n (8k-5) = (n+1)(4n-5), \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

$$(ii) 2^n > n, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

$$(iii) n! \geq 2^{n-1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$